Universidad Nacional Autónoma de Honduras
Escuela de Matemática y Ciencias de la Computación
Centro de Innovación en Cómputo Científico **CICC-UNAH**
Lecturas de Modelación Matemática
PRINICIPIOS DE CÓMPUTO DE MODELOS LINEALES APROXIMANTES ESTÁTICOS

Profesor: Dr. Fredy Vides

Índice

1. Modelos Lineales Aproximantes Estáticos de la Forma: $AY = BX + C$

Dados $X \in \mathbb{C}^{n\times r}$ e $Y \in \mathbb{C}^{n\times r}$ es claro que los modelos de la forma $AY = BX + C$, basados en datos $\mathscr{D}_N := \{(Y_j, X_j)\}_{j=1}^N \subset \mathscr{U}$ en un universo de resultados $\mathscr{U}$ puede ser representado en términos de datos en un universo $\hat{\mathscr{U}}$ relacionado con $\mathscr{U}$ a través de la relación $\mathrm{col}(Y, X) \in \hat{\mathscr{U}} \Leftrightarrow (Y, X) \in \mathscr{U}$, y de la siguiente representación.

$$\mathscr{M}_{A|B|C} := \left\{\mathrm{col}(Y, X) \in \hat{\mathscr{U}} : \begin{bmatrix} A & -B & -C \end{bmatrix} \mathrm{col}(Y, X, I_r) = 0\right\} \tag{1.1}$$

donde r es el número de columnas de C.

1.1. Mínimos cuadrados y cómputo de modelos lineales estáticos aproximantes de la forma: $AY = BX + C$

Para estudiar una formulación alternativa aproximada de las estrategias de cómputo de modelos *exactos* $\mathscr{M}_{A|B|C}$ de la forma (1.1), en lugar de una representación exacta de la forma (1.1), iniciaremos considerando representaciones alternativas aproximadas basadas en una muestra $\hat{\mathscr{D}}_N = \{\mathrm{col}(Y_j, X_j)\} \subset \hat{\mathscr{U}}$ de problemas de la forma.

$$\tilde{\mathscr{M}}_{A|B|C} := \left\{(A, B, C) : (A, B, C) = \arg \min_{(\hat{A},\hat{B},\hat{C}) \in \mathbb{C}^{n\times m}\times(\mathbb{C}^{n\times r})^2} \sum_{j=1}^{N} \left\| \begin{bmatrix} \hat{A} \\ -\hat{B} \\ -\hat{C} \end{bmatrix}^\top \begin{bmatrix} Y_j \\ X_j \\ I_r \end{bmatrix} \right\|_F^2 \right\} \tag{1.2}$$

2. Ejercicios

1. Formular y demostrar un lema técnico que describa las solubilidad computabilidad de los elementos (representaciones matriciales de modelos) en el conjunto determinado por la expresión (1.2).

2. Diseñar un algoritmo que permita calcular los elementos cuya existencia está determinada por el lema desarrollado al resolver el problema previo.

3. Escribir un programa Octave que genere datos significativos correspondientes a un modelo de la forma $\mathscr{M}_{A|B|C}$ e identifique el modelo correspondiente a los datos generados.

Referencias

[1] I. Markovsky, S. Van Huffel, J. C. Willems, B. De Moor (2005). Exact and Approximate Modeling of Linear Systems: A Behavioral Approach. SIAM.

[2] S. Boyd, L. Vandenberghe. (2018). Introduction to Applied Linear Algebra Vectors, Matrices, and Least Squares. Cambridge University Press.

[3] A. Quarteroni, F. Saleri, P. Gervasio. (2014). Scientific computing with MATLAB and Octave (4thEd). Springer.

[4] Golub, G. H., Van Loan C. F (1996). Matrix Computations (3aEd.). The Johns Hopkins University Press.