

Semana 4: Análisis de consistencia, estabilidad y convergencia

Curso: Métodos Numéricos para EDPs (MMM-690)

Dr. Fredy Vides

2025

Maestría en Matemática Aplicada – UNAH

Conceptos clave

Consistencia, estabilidad y convergencia

- **Consistencia:** el esquema numérico se aproxima a la ecuación diferencial conforme $h \rightarrow 0$.
- **Estabilidad:** el error no se amplifica durante el proceso de evolución.
- **Convergencia:** la solución numérica tiende a la solución exacta al refinar la malla.

Teorema de equivalencia de Lax

- Para un problema bien planteado y un esquema consistente, la convergencia es equivalente a la estabilidad.
- En términos prácticos:

Consistencia + Estabilidad \Rightarrow Convergencia

- Fundamental para analizar esquemas de diferencias finitas en problemas evolutivos.

Análisis de estabilidad

- Método basado en la expansión en series de Fourier de los errores.
- Se estudia el factor de amplificación $G(k)$ para cada modo.
- Condición de estabilidad: $|G(k)| \leq 1$ para todo k .

Aplicación del análisis

- Se aplica a ecuaciones lineales con coeficientes constantes.
- Permite obtener condiciones sobre h y Δt para asegurar la estabilidad.
- Ejemplo típico: ecuación del calor con esquema explícito.

Cierre

- Estudio formal de consistencia, estabilidad y convergencia.
- Teorema de Lax como pilar teórico.
- Análisis de Von Neumann como herramienta de estabilidad práctica.

- Atkinson *Theoretical Numerical Analysis*, Secciones 4.5–4.7
- Vides *MNMC*, Capítulos 2.5–2.7