

Semana 5: Disipación y dispersión numérica

Curso: Métodos Numéricos para EDPs (MMM-690)

Dr. Fredy Vides

2025

Maestría en Matemática Aplicada – UNAH

Errores numéricos característicos

Error de fase y error de amplitud

- Los esquemas numéricos pueden introducir:
 - **Error de fase (dispersión):** alteración en la velocidad de propagación de distintas componentes de frecuencia.
 - **Error de amplitud (disipación):** atenuación artificial de la magnitud de la solución.
- Estos errores afectan la fidelidad de soluciones en problemas hiperbólicos.

- Suponemos una solución tipo onda: $u_j^n = e^{i(kjh - \omega n \Delta t)}$
- El esquema numérico induce una relación de dispersión discreta: $\omega = \omega(k, h, \Delta t)$
- Comparando con la relación exacta, se detectan errores de fase y amplitud.

Ecuaciones de transporte y onda

Ecuación de transporte: $u_t + cu_x = 0$

- Se prueba con esquemas hacia adelante en el tiempo y atrás/centrado en el espacio.
- Se puede analizar la aparición de **disipación artificial** con ciertos esquemas (e.g., upwind).
- Evaluar el impacto en la conservación de formas de onda.

Ecuación de onda: $u_{tt} = c^2 u_{xx}$

- Requiere esquemas explícitos en tiempo (como leapfrog).
- La dispersión numérica afecta la propagación de pulsos en medios ideales.
- Evaluación visual de distorsiones en simulaciones.

Análisis computacional

Efecto de malla y paso temporal

- El paso de malla h y el paso de tiempo Δt afectan:
 - Estabilidad (CFL)
 - Precisión (resolución de frecuencia)
 - Aparición de artefactos numéricos
- Importancia del análisis conjunto de espacio y tiempo.

- Experimentos con la ecuación de transporte: formas de onda gaussianas.
- Comparación entre métodos: centrado, upwind, Lax-Friedrichs.
- Medición de errores y visualización de efectos de h , Δt .

Cierre

- Estudio de errores numéricos típicos: dispersión y disipación.
- Aplicación a ecuaciones hiperbólicas relevantes.
- Observaciones computacionales sobre resolución y fidelidad.

- Atkinson *Theoretical Numerical Analysis*, Secciones 4.6–4.8
- Vides *MNMC*, Capítulos 2.8–2.10 y 3.1