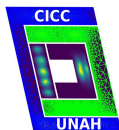


Control Algebraico Universal en Identificación de Señales Mecánicas



UNAH
UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE HONDURAS



Fredy Vides¹

¹Centro de Innovación en Cómputo Científico **CICC**
Centre for Analysis of Data-Driven Systems **CADDs**
Escuela de Matemática y Ciencias de la Computación
Universidad Nacional Autónoma de Honduras **UNAH-CU**

Seminario de Investigación, CADDs, 2020

Contenido

Introducción

Motivación

Aplicaciones

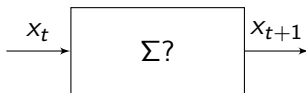
Trabajo Futuro



Introducción

Tecnología de Control Algebraico Universal (CAU): Sistemas Dinámicos + C^* -Álgebras + Análisis de Datos

Estudiaremos técnicas teórico-computacionales para el cómputo de esquemas de simulación numérica predictiva de la forma:



basados en una muestra $\{x_t\}_{t=1}^T$ de la serie de tiempo del sistema dinámico en estudio.



Introducción

Hemos demostrado que el problema de calcular este tipo de dispositivos equivale a resolver el diagrama:

$$\begin{array}{ccccc} & & C^*(N_p) & \longleftarrow & C^*(C(p_\sigma, T)) \\ & \nearrow \pi & \downarrow \Phi & & \downarrow \Phi \\ C^*\langle z | z^p = 0 \rangle & \xrightarrow{\varphi} & C^*(\Phi(N_p)) & \longleftarrow & C^*(A_T) \end{array}$$



Introducción

Donde:

1. N_p es el elemento nilpotente $N_p \in \mathbb{C}^{p \times p}$:

$$N_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{p \times p}$$

2. $p_{\sigma, T} \in \mathbb{C}[z]$ es un polinomio a ser determinado por el problema de identificación, con matriz compañera $C(p_{\sigma, T}) \in \mathbb{C}^{p \times p}$
3. $A_T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz dinámica del sistema descriptor correspondiente al dispositivo Σ ?:

$$\hat{\Sigma} : \begin{cases} \hat{x}_{t+1} = A_T \hat{x}_t \\ y_t = S x_t \end{cases}, t \geq 1$$



Motivación: Identificación Dinámica de Señales y Sistemas Bio-Mecánicos

La motivación para el desarrollo de la tecnología provino de problemas de identificación de sistemas biomecánicos:

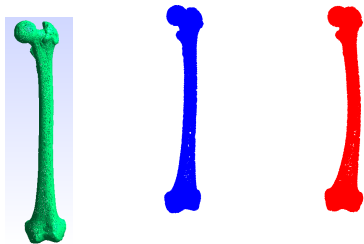


Figura: Malla de configuración mecánica de un fémur humano (izquierda). Modelo CAU de Identificación de dinámica modal de deflexión del fémur (derecha).



Motivación: Identificación Dinámica de Señales y Sistemas Mecánicos Estructurales

La motivación para el desarrollo de la tecnología también provino de problemas de identificación de sistemas en la industria:

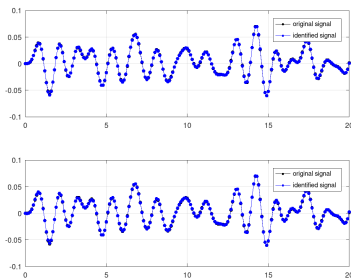
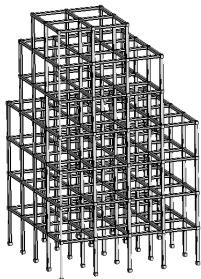


Figura: Sub-estructura de acero de un edificio (izquierda). Muestreo de señales mecánicas correspondientes a sensores de desplazamiento instalados en puntos de interés en la estructura (derecha).



Motivación: Trabajos Previos y Preguntas Abiertas

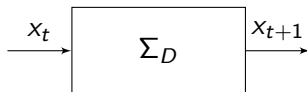
La motivación para el desarrollo de los controladores algebraicos provino de las áreas:

1. Robótica y Automatización Industrial. Problemas abiertos propuestos por **R. Bocket, M. Chu., Harvard, NCSU**
2. Simulación BIM para edificios inteligentes y semi-inteligentes. Problemas abiertos propuestos por **P. Irwin., RWDI Consulting**
3. Big data y analítica predictiva de datos. Problemas abiertos propuestos por **N. Kutz., UW-Seattle**



Cómputo de descriptores CAU Dilatados (CAU-D)

Para identificar la dinámica de un sistema Σ con base en una muestra $\{x_t\}_{t=1}^T \subset \Sigma$, a través de descriptores CAU dilatados tipo **caja-negra** de la forma:



Paso 1: Calcular un embebimiento $\mathcal{E} : \Sigma \hookrightarrow \hat{\Sigma}$ (donde $\hat{\Sigma} \supset \Sigma$ es un espacio de estados de un "sistema artificial").

Paso 2: Calcular una proyección $\mathcal{P} : \hat{\Sigma} \rightarrow \Sigma$ tal que: $\mathcal{P} \circ \mathcal{E} \approx \text{id}_{\Sigma}$.

Paso 3: Calcular un predictor-descriptor CAU basado en $\{\mathcal{E}(x_t)\}_{t=1}^T$, de la forma:

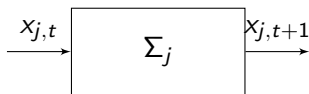
$$\Sigma_D : \begin{cases} \hat{x}_{t+1} = A_T \hat{x}_t, \\ x_t = \mathcal{P}(\hat{x}_t) \end{cases}$$

El sistema Σ_D se denomina un **controlador algebraico universal dilatado (CAU-D)** de Σ .



Cómputo de descriptores CAU Ponderados

Para identificar la dinámica de un sistema Σ a través de descriptores CAU y CAU-D ponderados, basados en una descomposición en sub-sistemas tipo **caja-negra** de la forma:



Paso 1: Calcular una secuencia de C^* -representación controladas por datos, dadas por las asignaciones

$$C^* \langle z | z^P = 0 \rangle \rightarrow \mathbb{C}^{P \times P} : C(p_{\sigma_j, T}) \mapsto A_j$$

con correspondientes realizaciones matriciales:

$$\hat{\Sigma}_j : \begin{cases} \hat{x}_{j,t+1} = A_{j,T} \hat{x}_{j,t} \\ x_{j,t} = \hat{S}_j \hat{x}_{j,t} \end{cases}, t \geq 0$$



Cómputo de descriptores CAU Ponderados

Paso 2: Calcular una secuencia de matrices (no-negativas) W_j tales que:

$$(W_1, \dots, W_N) = \arg \min \sum_{k=1}^S \left\| \sum_{j=1}^N W_j S_j \hat{x}_{j,t_k} - x_{t_k} \right\|^2$$

para una sub-secuencia de tiempos de muestreo t_1, \dots, t_S , donde los vectores x_{t_k} son elementos de la muestra $\{x_t\}_{t=1}^T \subset \Sigma$ de una serie de tiempo $\{x_t\}_{t \geq 1} \subset \Sigma$ del sistema dinámico (Σ, \mathbb{Z}^+) en estudio.



Aplicaciones



Identificación de señales vía CAU-DP

Identificación de patrones periódicos en señales

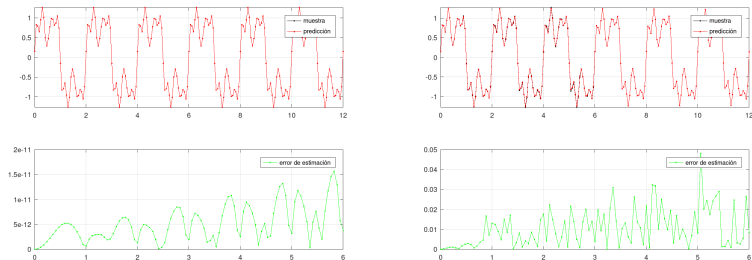


Figura: Identificación dinámica de señal periódica sin ruido (izquierda-arriba), error de estimación debido al ruido (izquierda-abajo). Identificación dinámica de señal aproximadamente periódica con ruido gaussiano (derecha-arriba), error de estimación debido al ruido (derecha-abajo).



Conclusiones

- ▶ La dinámica de propagación de las variables dinámicas de la muestra puede modelarse aplicando CAU-DP.
- ▶ La dinámica topológica/espectral de propagación de las variables dinámicas de la muestra/población puede modelarse/estimarse aplicando CAU-DP.



Trabajo Futuro

- ▶ Implementar los modelos predictivos en la nube.
- ▶ Aplicar CAU-DP a la simulación de la dinámica de otros sistemas industriales.



Preguntas?

fredy.vides@unah.edu.hn



Gracias!



Bibliografía

1. F. Vides. Universal Algebraic Controllers and System Identification. **Submitted**, 2020. Also available at: <https://arxiv.org/pdf/2001.11133.pdf>.

